Combinatoria

Combinaciones · Variaciones · Permutaciones

FICHA 01

1 La regla de Laplace

Cuando nos disponemos a aplicar la Regla de Laplace para calcular la probabilidad de un suceso A, necesitamos conocer el número de casos favorables y el de casos posibles:

$$P(A)=\frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$$

Para un experimento sencillo como el de lanzar un dado, calcular el número de casos posibles es sencillo. Sabemos que existen **6 posibles resultados**. Si el suceso objeto de estudio es **"sacar par"**, también podemos calcular mentalmente que **son 3 los casos favorables** (los resultados: 2,4,6).

Con estos datos ya es posible calcular la probabilidad del suceso A: "sacar par con un dado":

$$P(A)=\frac{3}{6}=0{,}50$$ es decir, un 50%

2 Técnicas de recuento

El problema se puede complicar. Imaginemos que el experimento que estudiamos es el lanzamiento, no de un dado, sino de **2 dados a la vez**, y que el suceso objeto de estudio es **"sacar suma par"**.

Ahora el número de casos posibles ya no es 6. Y el número de casos favorables para "sacar suma par", no es 3. En ambos casos son muchos más. Pero, ¿cuántos exactamente?

Para **calcular con exactitud la probabilidad de un suceso** es necesario hacer un **recuento exacto** de los casos favorables y posibles. Y es aquí donde entra en juego la **combinatoria**.

Hay 18 formas diferentes de combinar los resultados de dos dados para **obtener una suma par**, de un total de 36 parejas posibles de resultados.

(1,1) = 2	(1,2) = 3	**(1,3) = 4**	(1,4) = 5	**(1,5) = 6**	(1,6) = 7
(2,1) = 3	**(2,2) = 4**	(2,3) = 5	**(2,4) = 6**	(2,5) = 7	**(2,6) = 8**
(3,1) = 4	(3,2) = 5	**(3,3) = 6**	(3,4) = 7	**(3,5) = 8**	(3,6) = 9
(4,1) = 5	**(4,2) = 6**	(4,3) = 7	**(4,4) = 8**	(4,5) = 9	**(4,6) = 8**
(5,1) = 6	(5,2) = 7	**(5,3) = 8**	(5,4) = 9	**(5,5)=10**	(5,6) = 11
(6,1) = 7	**(6,2) = 8**	(6,3) = 9	**(6,4)=10**	(6,5) = 11	**(6,6)=12**

En general, se trataría de buscar **métodos ordenados** para no dejar ninguna combinación fuera. Podemos emplear estructuras en forma de matriz (como la tabla anterior), en forma de árbol, etc. para realizar un **recuento ordenado**.
La probabilidad del suceso A "sacar sumar par con 2 dados", sería la siguiente:

$$P(A)=\frac{18}{36}=0{,}50$$ es decir, un 50%

El número de casos favorables y posibles es diferente y mucho mayor que con un solo dado (aunque observamos que la probabilidad vuelve a ser un 50%).

Para unos pocos elementos podemos plantear una solución gráfica como la anterior. Sin embargo, cuando el número de elementos crece considerablemente, se hace necesaria alguna **fórmula que simplifique el cálculo de todas las combinaciones posibles**.

Por ejemplo, para calcular el número total de parejas, bastaría con aplicar una sencilla fórmula:

$$m^n=6^2=36$$

donde m (6) es el número de posibles resultados al lanzar un solo dado, y n (2) es el número de dados que utilizamos. Para este problema en particular, estaríamos aplicando la fórmula de **variación**.

De esta forma, dependiendo del tipo de problema – si el **orden de los elementos** es importante o si podemos **repetir elementos** – nos enfrentamos a distintos tipo problemas de combinatoria: **combinaciones, variaciones y permutaciones, con y sin repetición**.

3 ¿C, V o P? ¿CR, VR o PR?

¿Cómo saber a qué tipo de problema de combinatoria nos enfrentamos? Básicamente, hay que plantear 3 preguntas:

1. ¿Importa el orden? (O)
2. ¿Se hacen subgrupos? (S) (si se utilizan todos los elementos, no se hacen subgrupos)
3. ¿Se pueden repetir elementos? (R)

	O	S	R
Combinaciones (C)	No	Sí	No
Combinaciones con repetición (CR)	No	Sí	Sí
Variaciones (V)	Sí	Sí	No
Variaciones con repetición (VR)	Sí	Sí	Sí
Permutaciones (P)	Sí	No	No
Permutaciones con repetición (PR)	Sí	No	Sí